

นักฟิสิกส์ผู้เป็นเจ้าชายคณิตศาสตร์

Johann Carl Friedrich Gauss

ศาสตราจารย์ ดร. สุทัศน์ ยกส้าน¹

บทคัดย่อ

โจฮันน์ คาร์ล ฟรีดริช เกาส์ (ค.ศ.1777-1855) ได้รับการยอมรับและนับถือทั่วโลก ด้วยผลงานด้านทฤษฎีจำนวน ฟิสิกส์เชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตแบบไมซ์ยูคลิด พีชคณิต สถิติ แม่เหล็กไฟฟ้า และดาราศาสตร์ ผลงานของเกาส์ได้แปลงโฉมคณิตศาสตร์อย่างสิ้นเชิง จนนักคณิตศาสตร์ยอมรับว่าเกาส์เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ที่สุดคนหนึ่งของระดับนิวตันและอาร์คิมิดีส เพราะตลอดชีวิตเกาส์ได้ทำงานคณิตศาสตร์อย่างไม่มีใครเทียบเท่าได้

คำสำคัญ: นักฟิสิกส์ คณิตศาสตร์

Abstract

Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1855) gained world-wide recognition and respect for his work in number theory, mathematical physics, non-Euclidean geometry, algebra, statistics, electromagnetism and astronomy. His work transformed mathematics completely, and he is generally considered to be, with Newton and Archimedes, one of the greatest mathematicians of all time, because his whole life has been an unparalleled feat in the name of mathematics.

Keywords: Johann Carl Friedrich Gauss, mathematical physics

¹ศาสตราจารย์ 11 ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (ประสานมิตร)

ผู้เชี่ยวชาญพิเศษ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

ภาคีสมาชิก สาขาฟิสิกส์ สำนักวิทยาศาสตร์ ราชบัณฑิตยสถาน

โลกยกย่อง Gauss ว่าเป็นนักคณิตศาสตร์ผู้ยิ่งใหญ่ที่เทียบเท่า Archimedes และ Newton เพราะมีผลงานคณิตศาสตร์มากมายทั้งบริสุทธิ์และประยุกต์ ตั้งแต่ทฤษฎีจำนวน ดาราศาสตร์ แม่เหล็กและภูมิศาสตร์ ไม่ว่า Gauss จะศึกษาเรื่องใด เขาก็จะพบองค์ความรู้ที่สำคัญ และพบเทคนิคคำนวณใหม่ ซึ่งเป็นรากฐานของการวิจัยเรื่องนั้นทุกครั้งไป



Note. from “Fascinating facts of mathematics,” by <http://malini-math.blogspot.com/2009/10/gauss-child-prodigy.html>.

ในด้านบุคลิกภาพ Gauss เป็นคนที่มีพฤติกรรมขัดแย้งในตัวเอง การเป็นลูกโอรสของพ่อแม่ที่เป็นชนชั้นแรงงาน ทำให้เมื่อเติบโตใหญ่ แม้จะเป็นนักคณิตศาสตร์ชั้นนำของโลก แต่ Gauss ก็ยังใช้ชีวิตอย่างสมถะและไม่ต้องการให้สังคมภายนอกสนใจ Gauss บอกว่า พรเดียวที่ข้าพเจ้าต้องการจากพระเจ้า คือ ขอให้ใช้เวลาทำงานอย่างเงียบๆ โดยไม่มีใครรบกวน เมื่อมองเผินๆ Gauss ดูเป็นคนอ่อนโยน แต่หลายคนบอกว่าเขาเป็นคนถือตัวและแพ้อใครไม่เป็น เวลาพบนักคณิตศาสตร์เก่งๆ Gauss ก็จะเมิน

และไม่ให้ความสนใจ ดังเหตุการณ์ที่เกิดกับ Janos Bolyai ผู้เป็นนักคณิตศาสตร์ที่บุกเบิกวิชาเรขาคณิต Non-Euclidean เมื่อถูกต้อนรับอย่างเย็นชาจาก Gauss ในการพบ Bolyai รู้สึกโศกเศร้ามากจนถึงกับฆ่าตัวตายในเวลาต่อมา

บุคลิกที่แปลกอีกประการหนึ่งของ Gauss คือเป็นคนหวงความรู้ คือไม่ยอมให้ใครเห็นผลงานของตน จนกระทั่งงานชิ้นนั้นเสร็จสมบูรณ์ ตามปกติ Gauss จะไม่แสดงวิธีทำทุกขั้นตอน ดังนั้นผลงานจึงมีแนวคิดในรายละเอียดแฝงอยู่มากมาย จนกระทั่งนักวิจัยคนอื่นๆ เสนอผลงานบ้าง โลกจึงรู้ว่า Gauss รู้เรื่องนั้นหลายปีก่อนหน้าแล้ว ตลอดชีวิตของ Gauss มีผลงานวิจัยตีพิมพ์ทั้งหมด 155 เรื่อง

Gauss เกิดเมื่อวันที่ 30 กันยายน พ.ศ.2320 (ตรงกับรัชสมัยสมเด็จพระเจ้าตากสินมหาราช) ที่เมือง Brunswick ในเยอรมนี บรรพบุรุษของตระกูลเป็นชาวนา บิดา Gerhard Dietrich Gauss ทำงานหลายอาชีพ เช่น ทำสวน ก่อสร้าง และดูแลความสะอาดคูคลองในเมือง และเป็นคนซื่อสัตย์มาก แต่เวลาอยู่บ้านมีนิสัยหยาบคายใจแคบและชอบใช้อำนาจ บิดาแต่งงาน 2 ครั้ง แม่ของ Gauss ชื่อ Dorothy Benze เป็นภรรยาคนที่ 2 ของพ่อ เธอเป็นลูกของกรรมกรสังกัดหิน ถึงจะอ่านหนังสือไม่ออก แต่เป็นคนฉลาด Gauss คิดว่าตนได้ความเฉลียวฉลาดด้านคณิตศาสตร์จากแม่ จึงมีความใกล้ชิดกับแม่มากกว่าพ่อ ส่วนน้ำชาที่ชื่อ Friedrich มีอาชีพเป็นช่างทอผ้า แต่มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตวัยเด็กของ Gauss เพราะชอบกระตุ้นให้หลานรู้จักใช้ความคิดเวลาสนทนา และถกเถียงกับบุคคลอื่น

Gauss เป็นคนมีความทรงจำดีเลิศ เขาบอกว่า เขาคิดเลขเป็นก่อนอ่านหนังสือออกเสียอีก ดังมีตำนานที่ Gauss เล่าว่า เมื่ออายุ 3 ขวบ ตนยืนดูบิดาจ่ายเงินค่าแรงให้ลูกจ้าง โดยบิดาไม่รู้เลยว่าขณะนั้นลูกชายสังเกตดู และฟังทุกคำพูดของบิดาอย่างตั้งอกตั้งใจ จน Gauss ได้เอ่ยขึ้นว่า “พ่อครับ ตัวเลขที่พ่อคิดนั้นผิด ที่ถูกต้องจะเป็น.....” และเมื่อบิดาตรวจพบทวนค่าแรงก็ได้พบว่า ตัวเลขที่

ถูกบอกนั้นถูกต้อง ประเด็นที่น่าสนใจของเรื่องนี้อยู่ที่ ณ เวลานั้นยังไม่มีใครเคยสอนคณิตศาสตร์ ให้ Gauss เลย

อีกตำนานหนึ่งคือ เมื่ออายุ 10 ขวบ Gauss ต้องเรียนคณิตศาสตร์ ละตินและภาษาเยอรมัน โดยครูประจำชั้นชื่อ Büttner ให้นักเรียนในชั้นทั้งห้อง หาค่าของ $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ ธรรมเนียมปฏิบัติในโรงเรียนคือ เด็กนักเรียนที่ทำโจทย์เสร็จก่อน ต้องนำกระดานชนวนที่มีคำตอบไปวางบนโต๊ะครู แล้วคนอื่นๆ ก็วางกระดานซ้อนทับไป ทันทีที่ครูเขียนโจทย์เสร็จ เด็กชาย Gauss ก็เอากระดานชนวนของตนวางลงบนโต๊ะครูทันที แล้วกลับมานั่งทอดค้อน ดูเพื่อนๆ ทำจนหมดชั่วโมง เมื่อครูตรวจคำตอบก็พบว่า Gauss เป็นนักเรียนคนเดียวที่ตอบถูก เหตุการณ์นี้ทำให้ครูรู้สึกยินดีมาก จึงซื้อตำราคณิตศาสตร์ให้ Gauss อ่าน และ Gauss ก็ได้อ่านลุล่วงด้วยจบ โชคดีที่ครู Büttner มีผู้ช่วยอายุ 17 ปี ชื่อ Johann Martin Bartels ซึ่งโปรดปรานคณิตศาสตร์มาก Gauss จึงศึกษาคณิตศาสตร์กับ Bartels และเมื่อได้เรียนทฤษฎีทวินาม ที่แสดงว่า นิพจน์ $(1+x)^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก เวลากระจายจะได้อนุกรมของ x แต่ถ้า n ไม่เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้อนุกรมอนันต์ Gauss รู้สึกไม่พอใจที่หนังสือมิได้แสดงวิธีพิสูจน์ประเด็นนี้ จึงครุ่นคิดหาวิธีพิสูจน์ ความสำคัญของเรื่องนี้คือ เด็กชาย Gauss เป็นนักคณิตศาสตร์คนแรกที่สนใจปัญหานี้

เมื่ออายุ 14 ปี Gauss ถูกนำตัวเข้าเฝ้าท่าน Duke แห่ง Brunswick-Welfenbuttel เพราะท่าน Duke ได้ยินกิตติศัพท์ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของ Gauss และได้มอบเงินเป็นทุนการศึกษาแก่ Gauss ทำให้ได้เข้าเรียนที่โรงเรียน Collegium Carolinum ในเมือง Brunswick และได้อ่านผลงานคณิตศาสตร์ของ Newton, Euler และ Lagrange ซึ่งได้ทำให้ Gauss มีความคิดใหม่ๆ แต่ก็ได้พบว่า สิ่งที่คุณคิดว่าใหม่นั้น นักคณิตศาสตร์คนอื่นๆ พิสูจน์ได้หมดแล้ว

เมื่ออายุ 19 ปี Gauss ได้พบกฎของส่วนกลับกำลังสอง (quadratic reciprocity) ที่ Leonhard Euler ได้เคยพบก่อนแล้ว แต่ทั้ง Euler และ Adrien Marie

Legendre ไม่สามารถพิสูจน์นี้ได้ เมื่อสำเร็จการศึกษาจาก Collegium Carolinum Gauss ได้ย้ายไปเรียนต่อที่มหาวิทยาลัย Göttingen แต่ยังตัดสินใจไม่ได้ว่า จะเลือกเอกวิชาใด เพราะพบว่าตนชอบทั้งคณิตศาสตร์ และภาษาโบราณ

จนถึงวันที่ 30 มีนาคม พ.ศ.2339 Gauss ก็ตัดสินใจได้ เพราะได้พบองค์ความรู้คณิตศาสตร์ที่น่าตื่นเต้นมาก นั่นคือ Gauss พบวิธีสร้างรูป 17 เหลี่ยมด้านเท่าโดยใช้ไม้บรรทัดกับวงเวียนเท่านั้น

ย้อนอดีตไปถึงสมัยกรีกโบราณที่มีปราชญ์ เช่น Pythagoras, Eudoxus, Euclid, Apollonius และ Archimedes บรรดานักคณิตศาสตร์กรีกเหล่านี้ตระหนักในความสำคัญของวิธีพิสูจน์สิ่งต่างๆ ได้เงื่อนไขต่างๆ เช่น โจทย์เรขาคณิตที่กำหนดให้สร้างรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า โดยใช้วงเวียนและไม้บรรทัดเท่านั้น

Euclid ได้เคยแสดงให้เห็นให้โลกประจักษ์ว่า เขาสามารถสร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมด้านเท่า ห้าเหลี่ยมด้านเท่า และสิบห้าเหลี่ยมด้านเท่า โดยใช้วงเวียนและไม้บรรทัดเท่านั้น นับตั้งแต่นั้นมา ก็ยังไม่มีนักคณิตศาสตร์คนใดรู้วิธีสร้างรูป 7, 9, 11, 13, 14 และ 17 เหลี่ยมด้านเท่าด้วยวงเวียนกับไม้บรรทัดอีกเลย จนกระทั่ง 2,000 ปีต่อมา คือถึงสมัย Gauss

นอกจากจะพบวิธีสร้างรูป 17 เหลี่ยมด้านเท่าแล้ว Gauss ยังพิสูจน์ให้เห็นอีกว่า รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่จะสร้างด้วยวงเวียนกับไม้บรรทัดต้องมีจำนวนด้านเท่ากับ 2^n หรือ $2^n \times (1, 2, 3, 5 \dots \text{จำนวนเฉพาะ})$ หรือจำนวนด้านเป็นจำนวนเฉพาะของ Fermat (จำนวนเฉพาะ Fermat คือ $2^{2^n} + 1$ ซึ่งได้แก่ 3, 5, 17, 257, 65537 ...) องค์ความรู้ที่ได้จากการค้นพบของ Gauss คือกรณี 7, 9, 11, 13 และ 14 เหลี่ยมด้านเท่า แม้แต่เทวดาก็ทำไม่ได้ และ Gauss ได้แสดงวิธีพิสูจน์ความจริงนี้ให้ทุกคนเห็นโดยใช้วิชาพีชคณิต กับวิชาเรขาคณิต เพราะ Gauss ได้พบว่าเวลาจะสร้างรูป 17 เหลี่ยมด้านเท่า เขาจะต้องถอดสมการ $x^{16} + x^{15} + x^{14} \dots + 1 = 0$ ในเมื่อ 17 เป็นจำนวนเฉพาะ และ $2^4 = 16$ ดังนั้น สมการกำลัง 16 จึงสามารถลดรูป

เป็นสมการกำลัง 2 ได้ ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นตัวเลขใดๆ และ x เป็นค่าที่ต้องการ เพราะสมการกำลัง 2 สามารถหาคำตอบได้โดยใช้ไม้บรรทัดกับวงเวียน ดังนั้น บทพิสูจน์ของ Gauss จึงสมบูรณ์ ความสำคัญของเทคนิคนี้คือ ช่วยให้ Gauss ตัดสินใจมีอาชีพเป็นนักคณิตศาสตร์ และทำให้โลกรู้วิธีแก้ปัญหามานานโดยวิธีพีชคณิต

Gauss ได้นำเสนอผลงานนี้ ในวารสาร Disquisitiones Arithmeticae (Arithmetical Investigations) จากนั้นชื่อเสียงก็เริ่มโด่งดัง และท่าน Duke ได้สัญญาว่าจะอุปถัมภ์ Gauss ต่อไป จึงได้ขอให้ Gauss เรียนระดับดุษฎีบัณฑิตที่มหาวิทยาลัย Helmstedt Gauss ได้เสนอวิทยานิพนธ์เรื่อง ทฤษฎีบทหลักมูลของพีชคณิต (Fundamental Theorem of Algebra) ซึ่งวิทยานิพนธ์ได้รับการยอมรับ โดย Gauss ไม่ต้องไปสอบปากเปล่า เมื่อมีปริญญา และมีเงินใช้ Gauss ก็ไม่มีความจำเป็นต้องทำงานเป็นอาจารย์สอนหนังสือจึงทำแต่งงานวิจัย เรื่อง Number Theory และได้ตีพิมพ์เรื่อง Theory of Congruences ใน Disquisitiones Arithmeticae ผลงานนี้ทำให้โลกยกย่องว่า Gauss คือบิดาของทฤษฎีจำนวน เช่นเดียวกับที่ Euclid คือ บิดาของเรขาคณิต

ในตำรา Disquisitiones Arithmeticae นั้น Gauss ได้ให้นิยามและสมบัติเบื้องต้นของ congruences หลายประการ เช่น เมื่อ m เป็นจำนวนเต็มบวก และ a กับ b เป็นจำนวนเต็มใดๆ เรากล่าวว่า a congruence กับ b modulo m ถ้า m หาร $a-b$ ลงตัว และเขียนแทนด้วย $a \equiv b \pmod{m}$ ดังนั้นตามนิยามนี้ $16 \equiv 23 \pmod{7}$ จากนั้น Gauss ก็ได้ชี้ให้เห็นว่า ถ้ามีจำนวนเต็ม a, b, c และ d แล้ว $a \equiv b \pmod{m}$ และ $c \equiv d \pmod{m}$ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็ม เราจะได้ $a + c \equiv b + d \pmod{m}$ และ $ac \equiv bd \pmod{m}$ เสมอ นอกจากนี้ Gauss ยังให้นิยามของส่วนตกค้างกำลังสอง (quadratic residue) ว่า ถ้า m เป็นจำนวนเต็มบวก และ a เป็นจำนวนเต็มที่ไม่มีตัวประกอบร่วมกับ m ก็จะได้ a เป็นส่วนตกค้างกำลังสองของ m เช่น ถ้าสามารถหา x ที่ทำให้ x^2/m เหลือเศษ

เท่ากับ a ดังนั้นตามนิยามนี้ 13 คือ ส่วนตกค้างกำลังสองของ 17 เพราะเมื่อ $x^2 \equiv 13 \pmod{17}$ ค่าที่เป็นไปได้ค่าหนึ่งของ x คือ 8 จากนั้น Gauss ได้พิสูจน์ให้เห็นว่า ถ้า p และ q เป็นจำนวนเฉพาะคี่ที่แตกต่างกัน จะได้ว่า p เป็นส่วนตกค้างกำลังสองของ q ก็ต่อเมื่อ q เป็นตกค้างกำลังสองของ p แต่มีข้อยกเว้นว่า ถ้า p และ q มีค่า $4n+3$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม ก็จะได้ว่า ถ้าจำนวนหนึ่งเป็นส่วนตกค้างและอีกจำนวนหนึ่ง จะไม่เป็น

ทฤษฎีนี้บทบาทสำคัญมากในการพัฒนาทฤษฎีจำนวน Gauss เองก็ตระหนักในความของทฤษฎีนี้จึงได้แสดงวิธีพิสูจน์ทฤษฎีนี้ที่แตกต่างกันถึง 8 วิธี

ตำรา Disquisitiones ยังแสดงนิสัยทำงานของ Gauss ว่า ในการพิสูจน์ทฤษฎีคณิตศาสตร์ Gauss ไม่เคยแสดงรายละเอียดทุกขั้นตอน วิธีพิสูจน์ของ Gauss จึงกระชับ และมีเนื้อหาสาระโดย Gauss ได้ตัดขั้นตอนที่ไม่สำคัญออก และให้เหตุผลในการทำเช่นนั้นว่า เหมือนเวลาสร้างตึกเมื่อสถาปนิกสร้างเสร็จ ก็จะเอาเศษหิน เศษดิน ไม้ค้ำ ร้านเหล็กต่างๆ ออกจนหมดให้เหลือแต่ตัวตึก วิธีการพิสูจน์ของ Gauss ก็เช่นกัน แต่นักวิชาการรุ่นหลังก็ยังไม่สบายใจเวลาอ่านผลงานของ Gauss เพราะ Gauss นอกจากจะรื้อชิ้นเศษก่อสร้างต่างๆ ทั้ง เขายังฉีกพิมพ์เขียวที่ใช้ในการทำงานทิ้งด้วย ดังนั้นนักคณิตศาสตร์รุ่นหลังจึงต้องใช้เวลานานจึงจะเข้าใจงานของ Gauss สำหรับประเด็นนี้ Niels Hendri Abel ได้ปรารภว่า Gauss ทำงานเหมือนสุนัขจิ้งจอกที่เดินไปบนหิมะ แล้วเอาหางกลบรอยเท้าหมด

นักประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์หลายคนคิดว่า เหตุผลที่ Gauss ทำเช่นนั้น เพราะ Gauss เป็นคนยากจน ดังนั้นจึงต้องมัธยัสถ์การใช้กระดาษ ส่วนอีกเหตุผลหนึ่งคือ Gauss ไม่ชอบแสดงวิธีพิสูจน์ทั้งหมดให้ใครดู ถ้าวิธีพิสูจน์นั้นยังไม่สมบูรณ์ เพราะกลัวถูกหัวเราะเยาะถ้าทำผิด ซึ่งความหัวนกก้าวเช่นนี้มีบ่อยในบรรดานักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงดังๆ เช่น Newton จนต้องมี Halley เป็นคนชักนำเป็นเวลานาน Newton จึงตีพิมพ์ผลงานใน Principia และในกรณีของ Georg Cantor เมื่อทฤษฎี Transfinite

Numbers ของเขาถูกนักคณิตศาสตร์ร่วมรุ่น เยาะเย้ย ทำให้ Cantor ถึงกับคลั่งจนเสียชีวิต

สำหรับผลงานเรื่องทฤษฎีจำนวนของ Gauss ที่โลกรู้จักดีนั้นเกี่ยวข้องกับจำนวนเชิงซ้อนที่เขียนในรูป $a+bi$ เมื่อ a, b เป็นจำนวน และ $i^2 = -1$ (i คือรากที่สองของ -1) ในความเป็นจริงนักคณิตศาสตร์ตั้งแต่สมัยฟื้นฟูศิลปวิทยา (Renaissance) คือเมื่อ 500 ปีก่อน รู้จักใช้จำนวนเชิงซ้อนแล้ว แต่เมื่อ Leibniz เห็นจำนวนเชิงซ้อน เขารู้สึกประหลาดใจมากที่จำนวนนี้ไม่มีค่าบวก หรือลบ เหมือนจำนวนทั่วไป Leibniz จึงรู้สึกว่า จำนวนเชิงซ้อนเป็นคณิตศาสตร์ที่แปลก เมื่อ Gauss เริ่มศึกษาจำนวนเชิงซ้อน เขาได้เสนอให้แทนจำนวนเชิงซ้อนด้วยจุดในระนาบ (x,y) เหมือนกับที่ Casper Wessel นักสำรวจชาวฮอลแลนด์เสนอความคิดนี้ใน พ.ศ.2340 แต่ไม่มีใครสนใจ จนกระทั่งอีก 9 ปีต่อมา เมื่อ Jean Robert Argand นักบัญชีชาวสวิสได้นำแนวคิดนี้มาใช้ แล้วโลกก็เริ่มรู้จักแผนภูมิ Argand ตั้งแต่นั้นมา

ในการศึกษาจำนวนเชิงซ้อน Gauss ได้เจาะลึกลงไปถึงกว่าการใช้กราฟ เพราะได้เสนอให้แทนปริมาณ $a+bi$ ด้วยคู่อันดับ (a,b) จากนั้น Gauss ก็ได้แสดงว่า

$$(a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$$

$$\text{และ } (a, b) (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

คุณค่าของการเขียนจำนวนเชิงซ้อนเป็นคู่อันดับลักษณะนี้ยังไม่มีใครสนใจจนกระทั่ง William Rowan Hamilton ได้นำแนวคิดของ Gauss ลงตีพิมพ์ในปี พ.ศ. 2380 โลกจึงยอมรับจำนวนเชิงซ้อนอย่างเปิดใจ หลังจากนั้น Gauss ก็ยังใช้จำนวนเชิงซ้อนในการพิสูจน์ทฤษฎีบทหลักมูลของพีชคณิตที่เขาเสนอในวิทยานิพนธ์ของเขาที่มหาวิทยาลัย Helmstedt ซึ่งมีใจความว่า สมการพหุนามที่ x มีกำลังมากกว่าศูนย์จะมีรากที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนอย่างน้อยหนึ่งราก และ Gauss ก็ได้พิสูจน์ให้เห็นจริงโดยวิธีต่างๆ กันถึง 4 วิธี

ในปี พ.ศ. 2534 Gauss ได้พิสูจน์ Cauchy's theorem ที่แสดงว่า การทำปริพันธ์ฟังก์ชันที่ analytic ตามเส้นโค้งปิด ถ้าภายในโค้งไม่มีภาวะเอกฐาน (singularity)

ผลจะได้ค่าศูนย์ซึ่ง Augustin Louis Cauchy ก็ได้ใช้ทฤษฎีนี้ในการวิเคราะห์จำนวนเชิงซ้อน แต่โลกไม่เรียกทฤษฎีบทนี้ว่า Gauss's theorem เพราะ Gauss ไม่ได้ตีพิมพ์ผลงานที่เขาพบ ส่วน Cauchy ตีพิมพ์

Gauss ยังได้พบวิธีแยกตัวประกอบของจำนวนเฉพาะด้วย โดยใช้จำนวนเชิงซ้อน เช่น $2 = (1+i)(1-i)$, $5 = (2+i)(2-i)$ และ $29 = (5+2i)(5-2i)$ และได้พบว่ากรณีจำนวน 7, 11, 19, ... นั้นจะเขียนเป็นตัวประกอบแยกลักษณะนี้ไม่ได้ และจำนวนเฉพาะที่เขียนแยกได้จะต้องอยู่ในรูป $4n + 1$ (5, 13, 17, 19, ...) เท่านั้น ยกเว้น 2 เป็นกรณีพิเศษ

นอกเหนือจากงานคณิตศาสตร์บริสุทธิ์แล้ว Gauss ก็ยังสนใจฟิสิกส์ด้วย โดยในปี 2344 Gauss ได้สนใจปัญหาดาราศาสตร์ที่ต้องใช้การคำนวณที่ยาก และละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 21 (ในสมัยนั้นยังไม่มีคอมพิวเตอร์ใช้) เพราะ Johann Titius ได้พบในปี 2319 ว่า เขาสามารถหาระยะทางที่ดาวเคราะห์ต่างๆ อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ได้ โดยเริ่มที่อนุกรมของจำนวนเต็ม คือ 0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192 (พจน์หลังจะมีค่าสองเท่าของพจน์หน้าที่อยู่ติดกันโดยเริ่มที่ 3) จากนั้นให้บวก 4 เข้ากับทุกจำนวนจะได้ 4, 7, 10, 16, 28, 52, 100, 196, ... ตัวเลขที่ได้เป็นตัวเลขที่ใกล้เคียงกับระยะทางที่ดาวพุธ ดาวศุกร์ โลก ดาวอังคาร ดาวพฤหัสบดีและดาวเสาร์อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ (ในแผนภาพตัวเลขปรากฏเป็น 4, 7, 10, 18, 55, 100) แต่ไม่มีดาวเคราะห์ดวงใดที่ระยะ 28 แต่ John Bode ได้แสดงกฎนี้ (โดยไม่อ้างอิง Titius เลย) ในนาม Bode's law ความตื่นเต้นเกี่ยวกับกฎนี้ได้บังเกิดในปี 2324 เมื่อ William Herschel พบดาวยูเรนัสที่ระยะ 196 หน่วย ซึ่งตรงกับค่าทำนายของ Titius พอดี

นักดาราศาสตร์ทั่วโลกจึงเริ่มสนใจค้นหาดาวเคราะห์ที่อยู่ห่างดวงอาทิตย์ที่ระยะ 28 หน่วย และพบในวันที่ 1 มกราคม พ.ศ.2344 เมื่อ Guizeppe Piazzi เห็นดาวเคราะห์ที่หายไป ว่าโคจรอยู่ระหว่างดาวพฤหัสบดี กับดาวอังคารที่ตำแหน่ง 28 พอดี แต่ดวงดาวนี้มีขนาดเล็กกว่าดาวเคราะห์อื่นๆ มาก (Ceres มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 930 กิโลเมตร

ในขณะที่เส้นผ่านศูนย์กลางของโลกยาว 12,756 กิโลเมตร) เขาจึงเรียกมันว่า ดาวเคราะห์น้อย (Asteroid) ทันทีที่พบ นักดาราศาสตร์ก็ต้องศึกษาวงโคจรของมันก่อนที่จะ “หายตัวไป” และ Gauss ก็ได้คิดเทคนิคคำนวณหาวงโคจรจากข้อมูลที่มีไม่มาก โดยใช้วิธี Least Square Fit และ Gaussian Distribution แล้วได้เสนอผลงานนี้ในปี 1801 เรื่อง Theory of the Motion of the Heavenly Bodies Revolving Around the Sun in Conic Sections ซึ่งนักดาราศาสตร์ยังใช้อยู่จนทุกวันนี้ นอกจาก Ceres แล้ว Gauss ยังได้คำนวณวิถีโคจรของดาวเคราะห์น้อยชื่อ Pallas ด้วย โดยได้พิจารณาแรงดึงดูดโน้มถ่วงของดาวพฤหัสบดีที่เข้ามากระทำ นอกเหนือจากแรงดึงดูดโน้มถ่วงของดวงอาทิตย์ที่เป็นแรงหลัก ด้วยความสำเร็จนี้ทำให้ Gauss ได้รับตำแหน่งศาสตราจารย์ดาราศาสตร์และตำแหน่งผู้อำนวยการแห่งหอดูดาวของมหาวิทยาลัย Göttingen และ Gauss ได้ทำงานที่นั่นจนตลอดชีวิต

ในปี 1803 Gauss เริ่มสนใจปัญหาการหาเส้นฐานและรูปทรงของโลก ทำให้ต้องคิดสร้างทฤษฎีของเส้นโค้ง วิถีวัดความยาวของเส้นโค้ง และรัศมีของเส้นโค้ง Gauss จึงได้ประดิษฐ์อุปกรณ์ Helioscope ที่ทำหน้าที่สะท้อนแสงอาทิตย์ไปในทิศที่ต้องการ แล้วใช้ตรีโกณมิติทรงกลม (Spherical Trigonometry) ร่วมกับอุปกรณ์นี้ ผลงานการหาเส้นฐานของโลกนี้ได้ชี้ให้เห็นถึงศักยภาพของ Gauss ที่ชื่อ Bernhard Riemann พัฒนาวิชาเรขาคณิตที่มีมิติมากกว่า 3 ในเวลาต่อมา

ในปี 1804 นักฟิสิกส์ชื่อ Wilhelm Weber ได้เดินทางมาทำงานกับ Gauss อย่างใกล้ชิดที่มหาวิทยาลัย Göttingen ทั้งสองได้ร่วมกันศึกษาปรากฏการณ์สนามแม่เหล็กโลก ผลงานนี้ทำให้รู้ว่า สนามแม่เหล็กโลก เกิดจากเหล็กเหลวที่อยู่ใต้โลก และเพื่อเป็นเกียรติสำหรับผลงานนี้หน่วยวัดความเข้มสนามแม่เหล็กจึงมีชื่อว่า gauss

เมื่ออายุ 28 ปี Gauss ได้แต่งงานกับ Johanna Osthoff และมีลูก 2 คน เมื่อ Johanna เสียชีวิต Gauss รู้สึกเสียใจมาก และได้แต่งงานใหม่กับ Friderica Waldeck และมีลูกอีก 3 คน ชีวิตสมรสคราวนี้ไม่ราบรื่นเลย และ

หลังจากคลอดลูกคนที่ 3 ภรรยาได้ล้มป่วย และเสียชีวิตในอีก 15 ปีต่อมา บรรดาลูกชายของ Gauss ต่างก็ไม่ได้ทำให้พ่อรู้สึกภูมิใจเลย โดยลูกชายคนแรกเป็นวิศวกร ส่วนลูกชายคนที่สองและสามได้อพยพไปอเมริกา และมีความเห็นขัดแย้งกับพ่อในทุกๆ เรื่อง Gauss จึงได้แต่ลูกสาวดูแลพ่อจนตลอดชีวิต

เมื่อภรรยาคนที่สองของ Gauss ตายลง Gauss ขณะนั้นมีอายุ 54 ปี เขาเริ่มปลีกตัวและตัดขาดจากสังคม มีอาการซึมเศร้ามากจนเพื่อนที่มาเยี่ยมบอกว่า Gauss ชอบพูดแต่เรื่องอดีต และเวลาใครเอ่ยว่า ขณะนี้วิชาคณิตศาสตร์ได้ก้าวหน้าไปมาก Gauss ก็มักตัดบท โดยกล่าวว่า เขารู้เรื่องนั้นเรื่องนี้ก่อนนานแล้ว และเวลา Niels Abel ส่งวิธีพิสูจน์ทฤษฎีการแก้สมการกำลังห้าว่าไม่มีสูตรสำเร็จ มาให้ Gauss อ่าน Gauss ไม่ตอบจดหมายของ Abel เลย

ตามปกติ Gauss ไม่ชอบสอนหนังสือ และเป็นที่ผู้คนเลื่องลือว่าถือตัวมาก และในความเป็นจริง Gauss มีเพื่อนไม่กี่คน คนที่สนิทเป็นนักคณิตศาสตร์ที่มีอายุน้อยกว่าเช่น Eisenstein, Dedekind, Mobius, Riemann และ Weber ซึ่ง Gauss ชอบพอ เสมือนลูกในไส้ แต่ถึงจะชอบใครเพียงใด Gauss ก็ชอบทำงานคนเดียว สำหรับการสอนหนังสือนั้น Gauss มักสอนความรู้ขั้นต้นที่ไม่สัมพันธ์กับสิ่งที่ Gauss กำลังวิจัย ซึ่งเป็นความรู้ระดับลึก Gauss ไม่ชอบให้นักศึกษาจดเลกเชอร์ แต่ชอบให้ตั้งใจฟังมากกว่า

ในบั้นปลายชีวิต เมื่องานวิจัยที่ Gauss ผลิตมีจำนวนน้อยลงๆ Gauss เริ่มทำงานรับใช้สังคมมากขึ้น เช่น ช่วยมหาวิทยาลัยจัดการเรื่อง เงินสวัสดิการ Gauss มีฐานะดี จึงไม่มีปัญหาหนี้สิน แต่ต้องให้เงินลูกชายทุกครั้งที่ลูกชายขอ Gauss ชอบอ่านหนังสือมาก จนมีห้องสมุดส่วนตัวที่บ้าน ซึ่งหนังสือที่มีเป็นภาษาเยอรมัน อังกฤษ และรัสเซีย และที่สำคัญคือ Gauss ชอบอ่านประวัติศาสตร์มาก

ห้องทำงานของ Gauss มีขนาดเล็ก มีโต๊ะทำงานหนึ่งตัวทาสีเขียว และเก้าอี้หนัง เมื่ออายุย่างเข้า 70 ปี เก้าอี้ก็ถูกปรับเปลี่ยนเป็นเก้าอี้มีเท้าแขน และมีตะเกียงโต๊ะ

ห้องนอนของ Gauss ไม่มีแม้แต่เตาผิง จึงใช้ชีวิตอย่างสมถะ Gauss วัย 75 ปี ยังสามารถอ่านหนังสือได้โดยไม่ใช้แว่นตา

ในด้านรูปร่างตัว Gauss สูงกว่า 5 ฟุตเล็กน้อย ร่างกายแข็งแรง คาสีฟ้า แม้จะเป็นคนที่กังวลเรื่องสุขภาพ แต่ก็ไม่มาก จนกระทั่งอายุ 48 ปี Gauss เริ่มป่วยกระเสาะกระแสะเป็นโรคหืด และเริ่มมีอาการของโรคหัวใจ เวลาอยู่กับคนแปลกหน้า Gauss จะดูใจเย็นสงบไม่พูดมาก และเป็นคนมีวินัยสูง

ขณะมีชีวิตอยู่ Gauss ได้รับการยกย่องและเกียรติยศมากมาย เช่นเป็นสมาชิกต่างชาติของสมาคม Royal Society ขณะอายุเพียง 27 ปี จากผลงานเรื่องวงโคจรของ Ceres กับ Pallas รวมทั้งได้รับเหรียญ Copley ของ Royal Society ด้วย

ในปี 2387 มหาวิทยาลัย Georgia Augusta ได้จัดงานฉลองครบ 50 ปีที่ Gauss นำเสนอวิทยานิพนธ์ระดับดุษฎีบัณฑิต Gauss ได้ฉีกหน้ากระดาษในต้นฉบับวิทยานิพนธ์ของตนมาใช้จุดบัพ Dirichlet ตกใจมาก จึงรีบดึงกระดาษออกจากมือแล้วนำไปเก็บในพิพิธภัณฑสถานตั้งแต่นั้นมา

เมื่ออายุมากขึ้น โรคหัวใจของ Gauss ได้กำเริบขึ้น ในปี 1866 Gauss เสียชีวิต Riemann ได้นำเสนอ Riemann's Hypothesis เหตุการณ์นี้ทำให้ Gauss รู้สึกดีขึ้น และได้เอ่ยคำชมต่อ Riemann ผู้มีสไตล์การทำงานคณิตศาสตร์คล้าย Gauss หลังจากนั้น Gauss ก็พักอยู่แต่ในบ้าน เพราะเดินเหินไม่ค่อยสะดวก เมื่อถึงวันที่ 12 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2398 นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมันผู้ยิ่งใหญ่วัย 77 ปี ก็จบชีวิตขณะนอนหลับ

หลังจากที่ Gauss เสียชีวิต ชื่อเสียงของเขาก็ยิ่งเพิ่มพูน เพราะได้มีการพบผลงานอีกมากมายที่ Gauss ไม่เคยตีพิมพ์ นอกจาก Cauchy's Theorem แล้ว Gauss ยังค้นพบสมบัติ Double Periodicity ของ Elliptic Function ด้วย ซึ่งในเวลาต่อมา Jacobi และ Abel ได้นำเรื่องทั้งสองนี้มาศึกษาต่อใน Function Theory ว่าฟังก์ชันวงรีเป็นฟังก์ชันพิเศษ $F(z)$ ของจำนวนเชิงซ้อน z

ส่วนคำว่า ภาวะเป็นควบคู่ นั้นหมายความว่า ถ้ามีจำนวนเชิงซ้อน 2 จำนวนที่แตกต่างกัน เช่น a กับ b และไม่ว่า z จะมีค่าเท่าใด $F(z)$ ก็เท่ากับ $F(z+a)$ และ $F(z+b)$ เสมอ ในทำนองเดียวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ เช่น $\sin z$ จะ $= \sin (z+2\pi)$ การค้นพบของ Gauss เรื่องนี้ถูกนำไปใช้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีจำนวนกับทฤษฎีฟังก์ชันเชิงซ้อน

Gauss เป็นบุคคลแรกๆ ที่คิดว่า เรขาคณิตแบบ Euclid นั้นยังไม่สมบูรณ์ เพราะในปี 2358 Gauss ได้เขียนบทความที่แสดงให้เห็นว่าสัจพจน์ขนานของ Euclid ใช้ไม่ได้ในเรขาคณิตบางแขนง แต่ Gauss ไม่ได้แสดงวิธีพิสูจน์ คงเป็นเพราะรู้สึกกลัวคนทั้งโลกจะหัวเราะเยาะ

ดังนั้นในปี 2363 เมื่อ Janos Bolyai ผู้เป็นบุตรของ Farkas Bolyai ผู้ซึ่งเป็นเพื่อนของ Gauss ได้พัฒนาเรขาคณิตรูปแบบใหม่ที่ไม่อาศัยสัจพจน์ของ Euclid (Non-Euclidean Geometry) และตีพิมพ์ในปี 2366 ชื่อ Essay on the Elements of Mathematics for Studious Youths หลังจากที่ได้อ่านบทความนี้ใน พ.ศ. 2375 Gauss ได้เขียนจดหมายไปหา Farkas Bolyai ผู้เป็นพ่อของผู้เขียนว่า "ไม่รู้ลึกซึ้งชมอะไรเลย เพราะ Gauss ได้พบเรื่องนี้เมื่อ 30 ปีก่อน" ทันทีที่ได้อ่านจดหมายของ Gauss เด็กหนุ่ม Janos Bolyai ถึงกับหัวใจสลาย และตายไป เพราะคิดว่าคงไม่มีใครยอมรับความสามารถของเขา (Nikolai Ivanovich Lobachevsky เป็นนักคณิตศาสตร์อีกคนหนึ่งที่ได้ศึกษาเรื่องเดียวกันนี้ พร้อมๆ กับ Janos Bolyai) เหตุการณ์นี้ทำให้นักประวัติศาสตร์คิดว่า ทักษะคิดของ Gauss ไม่ดีเลย ทั้งๆ ที่ตนก็ไม่มั่นใจจะตีพิมพ์ผลงาน แต่เวลาคนอื่นตีพิมพ์บ้างก็อิจฉา จึงเอ่ยถ้อยคำเชิงทำลายจน J. Bolyai เสียผู้เสียคน

ผลงานของ Gauss มีทั้งด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ตั้งแต่ ทฤษฎีจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต กลศาสตร์ ดาราศาสตร์ ทฤษฎีความเป็นไปได้ ทฤษฎีความผิดพลาด ศาสตร์ของการประกันภัย การสำรวจภูมิศาสตร์แม่เหล็กโลก ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า และการออกแบบอุปกรณ์วิทยาศาสตร์ เราจึงเห็นได้ว่า ในขณะที่

Newton เป็นนักฟิสิกส์ที่ถนัดคณิตศาสตร์ Gauss กลับเป็นนักคณิตศาสตร์ที่ถนัดฟิสิกส์ กระนั้นคนทั้งสองก็มีอะไรหลายอย่างที่คล้ายกันเช่น ไม่ชอบให้ใครเถียง และไม่ชอบตีพิมพ์เผยแพร่ผลงาน แต่จุดประสงค์ที่คนพบในสมมุติฐานที่ส่วนตัว นิสัยเช่นนี้ทำให้เกิดปัญหาการอ้างว่าใครพบอะไรก่อนกัน ดังเช่นเมื่อ Legendre เสนอวิธีพิสูจน์ทฤษฎีส่วนกลับกำลังสอง (Quadratic Reciprocity) Gauss ก็บอกว่าตนพิสูจน์ได้ก่อนหน้านั้นนานแล้ว และเมื่อ Legendre เสนอ Method of Least Square Fit Gauss ก็บอกว่าเมื่อ 10 ปีก่อนหน้านั้นอีก เป็นต้น

งานเขียนของ Gauss มีมากกว่า 300 เรื่อง บางเรื่องเขียนเป็นภาษาละติน ให้นักประวัติศาสตร์คณิตศาสตร์ได้ค้นคว้าในจดหมายส่วนตัวและจดหมายทางการ จนทำให้รู้ว่านักปราชญ์คนนี้มีควมสนใจกว้างขวางมาก และมีผลงานในวิชาคณิตศาสตร์แทบทุกแขนง สมดังที่ Eric Temple Bell ได้เขียนในปี 1948 ว่า “He lives everywhere in mathematics”

สำหรับคำจารึกบนหลุมฝังศพของ Gauss นั้น Gauss ได้ขอให้มีการแกะสลักรูปสิบเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่าบนแผ่นป้ายเหนือหลุมฝังศพเขา คงเพราะเป็นผลงานที่เขารู้สึกภาคภูมิใจมาก ซึ่งนับว่าแตกต่างจากนักคณิตศาสตร์คนอื่นๆ เช่น Hilbert ที่ได้จารึกอักษรบนป้ายในปี 1943 ว่า

“Wir messen wissen. We warden wissen.”

“We must know. We will know.”

ในปี 1849 Daniel Kehlmann ได้เรียบเรียงหนังสือชื่อ “Die Vermessung der Welt” หรือ Measuring the World ซึ่งจัดแปลโดย Carol Brown Janeway หนังสือเล่มนี้จัดพิมพ์โดย Pantheon หน้า 259 หน้า และเป็นหนังสือที่ขายดีที่สุดที่สุดในเยอรมัน ในปี 1849 ซึ่งได้กล่าวถึงชีวิตทำงานของนักปราชญ์เยอรมันระดับสุดยอด 2 คน คือ Carl Friedrich Gauss กับ Alexander von Humboldt

ซึ่งเป็นนักสำรวจ นักภูมิศาสตร์และนักชีววิทยาว่า Humboldt ศึกษาวิทยาศาสตร์

โดยการกระทำจริง เช่น การเห็น การสัมผัส และการเดินทางท่องเที่ยวไปในทวีปต่างๆ ผลงานของ Humboldt ได้มีอิทธิพลต่อความคิดเรื่องทฤษฎีวิวัฒนาการของ Charles Darwin กับ Alfred Russel Wallace

ในเวลาต่อมา Gauss และ Humboldt ชอบทำงานร่วมกับคนอื่นๆ แต่ Gauss ไม่ชอบไปไหนมาไหน คือชอบนั่งที่โต๊ะทำงาน ทำงานคนเดียว โดยมีแผ่นกระดาษให้เขียนวางอยู่ตรงหน้า แล้ว Gauss ก็สามารถรู้ความจริงเกี่ยวกับธรรมชาติได้ Gauss จึงเป็น Armchair Scientist ในขณะที่ Humboldt เป็น Adventurous Scientist ครับ

เอกสารอ้างอิง

Wikipedia. (2012) *Fascinating facts of mathematics*. Retrieved from <http://malini-math.blogspot.com/2009/10/gauss-child-prodigy.html>.